

ALDAGAI ERREAL BATEKO FUNTZIO ERREALAK

Integrazio-metodoak. Integral Mugatu. Aplikazioak. Integral inpropioak (15/16 – 16/17)

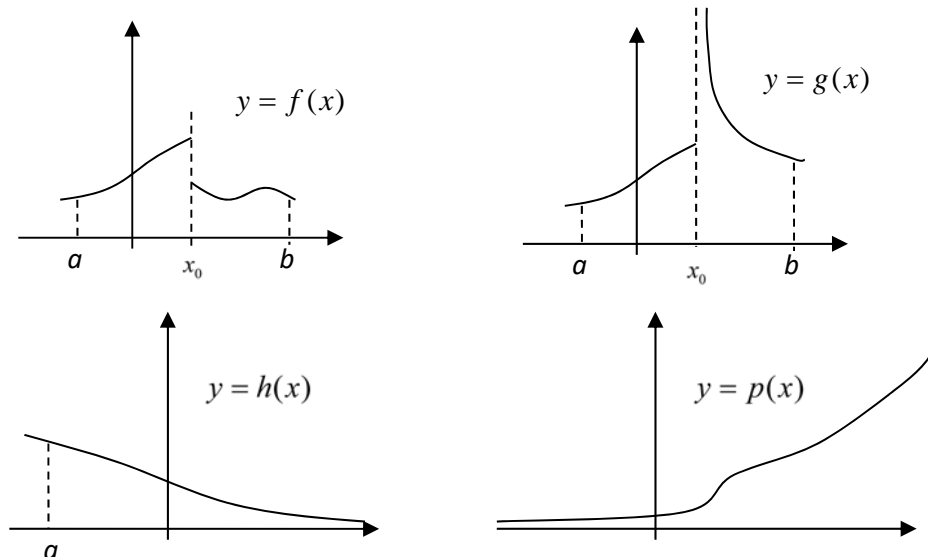
1.- Kalkulatu hurrengo integral mugagabeak:

- a)  $\int \frac{x-1}{x^2+4} dx$
- b)  $\int \frac{\sin x}{\cos x+4} dx$
- c)  $\int x\sqrt{1-x^2} dx$
- d)  $\int \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}$

2.-  $R = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 / 0 \leq x \leq 2, 1 - \frac{x}{2} \leq y \leq e^x \right\}$  eskualdea emanik,

- a) Kalkulatu, integral mugaturen bitartez,  $R$  eskualdearen azalera.
- b) Planteatu, integral mugaturen bitartez, kalkulatu barik, OX ardatzaren inguruan biratzean  $R$  eskualdeak sortutako solidoaren bolumena.
- c) Planteatu, integral mugaturen bitartez, kalkulatu barik, OY ardatzaren inguruan biratzean  $R$  eskualdeak sortutako solidoaren bolumena.

3.- Hurrengo marrazkietan 4 funtzioen adierazpide grafikoak erakusten dira:



Grafikoen arabera, erantzun hurrengo galderak:

- a)  $\int_a^b f(x)dx$  eta  $\int_a^b g(x)dx$  integral inpropioak dira? Baiezko kasuan, adierazi zeintzuk diren puntu singularrak eta zergatik.
- b)  $\int_a^\infty h(x)dx$  eta  $\int_{-\infty}^\infty p(x)dx$  integral inpropioetatik, bat ezin da konbergentea izan. Zein? Zergatik?

4.- Kalkulatu  $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2}$

5.-  $f$  funtzioari buruz honako datu hauek ezagutzen dira:

$f$  jarraitua da  $\forall x \in (-\infty, 0) \cup (0, 5) \cup (5, \infty)$  eta

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 \qquad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = 0 \qquad \lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) = 4 \qquad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 6$$

Datu hauen arabera, eta, hurrengo integralak emanik,

$$I_1 = \int_{-\infty}^2 f(x) dx \qquad I_2 = \int_4^{\infty} f(x) dx$$

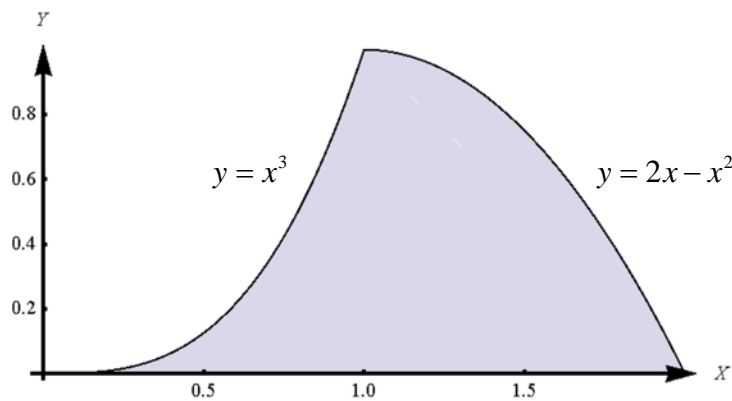
erantzun galdera hauek:

- Integral inpropioak dira? Baiezko kasuan, adierazi zeintzuk diren puntu singularrak, erantzuna justifikatuz.
- Horietako integral bat ezin da konbergentea izan. Zein? Zergatik?

6.- Kalkulatu  $\int_{-1}^3 \frac{dx}{(x-1)^2}$

7.- Kalkulatu  $y = \cos x$  kurbak eta  $y = 0$ ,  $x = \frac{\pi}{4}$  eta  $x = \pi$  zuzenek mugaturiko eskualdearen azalera.

8.- Izan bedi marrazkian erakusten den planoko  $R$  eskualdea:



- Planteatu, integral mugaturen bitartez, kalkulatu barik, OX ardatzaren inguruan biratzean  $R$  eskualdeak sortutako solidoaren bolumena.
- Planteatu, integral mugaturen bitartez, kalkulatu barik, OY ardatzaren inguruan biratzean  $R$  eskualdeak sortutako solidoaren bolumena.